

УДК 621.7.014.2

Добров И. В.

### МЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ОЧАГА ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ВОЛОЧЕНИИ ПОЛОСЫ В МОНОЛИТНОЙ ВОЛОКЕ

Интенсификация и совершенствование процессов волочения в монолитных волокнах в значительной мере определяется энергосиловыми параметрами процесса деформации и стойкостью инструмента, обусловленными условиями внешнего трения в очаге деформации [1–6]. При этом, расход мощности на внешнее трение при волочении зависит как от величины нормальных контактных напряжений, непосредственно связанных с деформацией (формоизменением) заготовки, так и скольжением материала заготовки по контактной поверхности инструмента (кинематикой очага деформации). Характерная особенность кинематики заготовки при обработке давлением по сравнению с кинематикой твердых тел<sup>1</sup> состоит в том, что относительное перемещение слоев материала заготовки неразрывно связано с тензором напряженного состояния заготовки, т. е. с силовыми параметрами очага деформации, которые определяют условие (и являются следствием) неразрывного «течения» материала заготовки в очаге деформации. В этой связи, совершенствование методики расчета энергосиловых параметров процессов волочения на основании расширенного представления о кинематике очага деформации с использованием механических моделей, отражающих характерные особенности взаимодействия пластически деформируемого тела – заготовки и абсолютно твердого тела – инструмента, является актуальным и своевременным [11–16].

Целью работы является разработка и исследование механической модели кинематики очага деформации, отражающей процесс формоизменения заготовки при волочении в монолитной волоке «без трения» с использованием основных положений прикладной механики – определение движения системы тел<sup>2</sup> в зависимости от движения ведущего тела (звена), однозначно определяющего движение всех остальных тел системы.

Рассмотрим (рис. 1) процесс волочения силой<sup>3</sup>  $P_{вол}^{(0)}$  полосы 1 исходной высоты  $H_0 = 2h_0$  и единичной ширины ( $b_0 = b_1 = b = 1$ ) в монолитной волоке 2 с углом конусности  $\alpha$  при отсутствии сил трения в очаге деформации. Скорость материала заготовки на входе в волоку составляет  $v_0$ , на выходе из волоки –  $v_1$ , а в текущем сечении очага деформации длиной  $L$ :

$$v_x = \frac{v_0 h_0}{h_0 - x \operatorname{tg} \alpha} = \frac{v_1 h_1}{h_0 - x \operatorname{tg} \alpha}, \quad (1)$$

где  $h_1$  – высота половины заготовки на выходе из волоки ( $2h_1 = H_1$ ). Если очаг деформации разбить на элементарные участки длиной  $\Delta L = \frac{L}{n} \ll L$  ( $n$  – число элементарных участков).

<sup>1</sup> Кинематика. Раздел механики (*теоретической механики*), в котором изучаются движения материальных тел (*абсолютно твердых, не способных деформироваться*) без учета их масс и действующих на них сил [7]. Курсив автора из определений [7].

<sup>2</sup> В теории механизмов и машин (*прикладной механике, механике машин* [8, 9]) под твердыми телами понимают как абсолютно твердые, так и деформируемые и гибкие тела [10]. Курсив автора из определений в работах [8, 9].

<sup>3</sup> Далее по тексту и рисункам в обозначении силовых и кинематических параметров используются нижние и верхние индексы. Нижний основной индекс, содержит две цифры и указывает – первая цифра на какое тело действует (сила, напряжение), вторая цифра со стороны какого тела действует эта сила (напряжение). Нижний основной индекс из одной цифры указывает, на какое тело действует сила. Буква(ы) в нижнем индексе или дополнительная цифра нижнего индекса приводятся для дополнительной характеристики этого параметра. Верхний индекс (0) указывает на расчет параметра при отсутствии сил трения в очаге деформации, когда коэффициент трения скольжения  $f = 0$ .

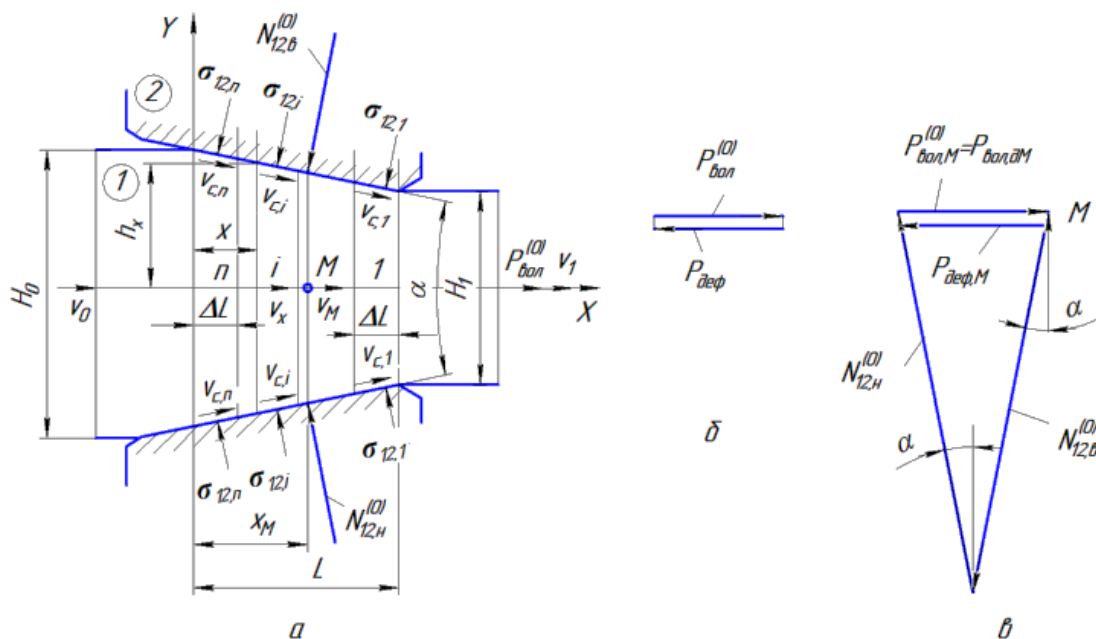


Рис. 1. Расчетные схема процесса волочения:

а – распределение энергосиловых параметров в очаге деформации при волочении «без трения»; б – многоугольник сил на выходе из очага деформации; в – многоугольник сил в сечении, проходящем через центр массы заготовки в очаге деформации участков), для которых можно принять  $v_i = v_x$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), то скорость скольжения  $i$ -го участка заготовки по поверхности волокна 2 при  $n \rightarrow \infty$  и  $\Delta L \rightarrow 0$  составит:

$$v_{c,i} = \frac{v_i}{\cos \alpha} = \frac{v_1 h_1}{(h_0 - x \operatorname{tg} \alpha) \cos \alpha} \quad (2)$$

и на контактной поверхности этого участка заготовки действует нормальное контактное напряжение  $\sigma_{12,i}^{(0)}$ . При этом результирующая сила нормальных контактных напряжений на верхней ( $N_{12,b}^{(0)}$ ) и нижней ( $N_{12,h}^{(0)}$ ) половине волокна:

$$N_{12,b}^{(0)} = N_{12,h}^{(0)} = \frac{1}{\cos \alpha} b \sum_{i=1}^n \sigma_{12,i}^{(0)} \Delta L = \frac{1}{\cos \alpha} b \int_0^L \sigma_{12}^{(0)}(x) dx, \quad (3)$$

действует на расстоянии  $x_M$  (расстояние до центра массы  $M$  заготовки в очаге деформации [17]) в системе координат  $XOY$ , ось  $OY$  которой расположена в плоскости сечения заготовки на входе в волоку.

Значения  $P_{вол}^{(0)}$ ,  $N_{12}^{(0)}$ ,  $x_M$  для расчетной схемы рис. 1, а можно определить на основании энергетического метода решения задачи волочения полосы в монолитной волоке «без трения», согласно которому мощность ( $W_{вол}^{(0)}$ ), затраченная при деформации заготовки как жестко-пластичного тела с пределом текучести на сдвиг  $\tau_{s,cp} = \frac{\tau_{s,0} + \tau_{s,k}}{2}$  ( $\tau_{s,0}$  и  $\tau_{s,k}$  пределы текучести заготовки на входе и выходе из волоки), определяются уравнением [17–19]:

$$W_{вол}^{(0)} = W_\tau + W_\phi = P_{вол}^{(0)} v_1, \quad (4)$$

где  $W_\tau$  – мощность, затраченная силой  $P_{вол}^{(0)}$  на преодоление мощности сил среза на входе заготовки в очаг деформации и выходе заготовки из очага деформации.

$$W_{\tau} = 2b\tau_{s,cp} \left( \int_0^{\frac{h_0}{2}} |v_z|_{x=0} dy + \int_0^{\frac{h_1}{2}} |v_z|_{x=l_0} dy \right), \quad (5)$$

где  $W_{\phi}$  – мощность, затраченная силой  $P_{вол}^{(0)}$  на формоизменение материала заготовки в очаге деформации:

$$W_{\phi} = 2b\tau_{s,cp} \int_0^{l_0} \int_0^{h_x} H dx dz, \quad (6)$$

где  $H = \sqrt{4\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2}$  – интенсивность скорости деформации сдвига

и  $v_x, v_y$  скорости деформации в направлении осей  $OX, OY$ . Принимая  $\frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{\partial v_y}{\partial x}$  из (6), (7) получим [19]:

$$\begin{cases} W_{\tau} = 2b\tau_{s,cp}v_0h_0tg\alpha; \\ W_{\phi} \approx 4b\tau_{s,cp}v_0h_0\left(1 + \frac{1}{6}tg^2\alpha\right)ln\mu. \end{cases} \quad (7)$$

Из (7) и рис. 1, б следует

$$P_{вол}^{(0)} = \frac{W_{вол}^{(0)}}{v_1} = \frac{W_{\phi} + W_{\tau}}{v_1} = P_{вол,\phi} + P_{вол,\tau} = P_{деф}, \quad (8)$$

где  $\sigma_{вол}^{(0)}$  – напряжение волочения;  $P_{вол,\phi}$  – составляющая силы волочения  $P_{вол}^{(0)}$ , которая обеспечивает формоизменение заготовки в очаге деформации;  $P_{вол,\tau}$  – составляющая  $P_{вол}^{(0)}$ , которая в процессе формоизменения заготовки уравнивает силы среза, действующие в сечениях заготовки на входе и выходе из очага деформации;  $P_{вол,d} = P_{вол,\phi} + P_{вол,\tau}$  – составляющая  $P_{вол}^{(0)}$ , обеспечивающая деформацию заготовки без учета влияния силы трения (рис. 1, б). Величина  $P_{вол}^{(0)}$  определяет напряжение волочения:

$$\sigma_{вол}^{(0)} = \frac{P_{вол}^{(0)}}{bH_1} < 2\tau_{s,k}. \quad (9)$$

Отметим, что, разделив составляющие уравнения (5) на скорость  $v_M$  (скорость перемещения центра массы – точки  $M$  заготовки в очаге деформации), получим уравнение равновесия сил ( $\sum X_M = 0$ ), действующих вдоль оси  $OX$  и приведенных к нормальному сечению заготовки, проходящему через центр массы заготовки на расстоянии (рис. 2, а) [17]:

$$x_M = \frac{\int_0^L h_x x dx}{\int_0^L h_x dx} \quad (10)$$

и, согласно (1), (10), следует

$$v_M = \frac{v_1 h_1}{h_0 - x_M \operatorname{tg} \alpha}. \quad (11)$$

В свою очередь, из (8) и (11), получим:

$$P_{\text{вол},M}^{(0)} = \frac{W_\phi + W_\tau}{v_M} = P_{\text{вол}}^{(0)} \frac{v_1}{v_M} = P_{\text{вол},\partial M}^{(0)}, \quad (12)$$

где  $P_{\text{вол},\partial M}^{(0)}$  – составляющая силы волочения  $P_{\text{вол}}^{(0)}$ , приведенная к нормальному сечению, проходящему через центр массы заготовки в очаге деформации, которая совместно с силами  $N_{12,\text{в}}^{(0)}$  и  $N_{12,\text{н}}^{(0)}$  (3) образуют замкнутый многоугольник сил (рис. 1, в) в точке  $M$  очага деформации:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X_M = 0 \\ \Sigma Y_M = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{N}_{12,\text{в}}^{(0)} + \bar{N}_{12,\text{н}}^{(0)} + \bar{P}_{\text{вол},M}^{(0)} = 0. \quad (13)$$

Из (8), (13) следует

$$N_{12,\text{в}}^{(0)} = N_{12,\text{н}}^{(0)} = N_{12}^{(0)} = 0,5 \frac{P_{\text{вол}}^{(0)}}{\sin \alpha} = 0,5 \frac{W_\phi + W_\tau}{v_M \sin \alpha}. \quad (14)$$

Кинематика очага деформации (рис. 2, а) при  $f = 0$  может быть представлена [13, 16] схемой процесса перемещения по неподвижным опорам 0 и 2 системы  $n$  подвижных тел длиной  $\Delta L$ , установленных на роликах  $r$  (рис. 2, б) и кинематически связанных между собой с помощью зубчатых передач (ПП), содержащих зубчатые рейки  $p_i$  и  $p_{i+1}$ , которые неподвижно закреплены на смежных подвижных телах  $m_i$  и  $m_{i+1}$ . Рейки  $p_i$  и  $p_{i+1}$  входят в зацепления с зубчатыми колесами  $k_i$  и  $k_{i+1}$  блока шестерен, установленном на неподвижной стойке (выноска 1) и вращающимся с угловой скоростью  $\omega_i$ , обеспечивая передаточное отношение  $u_{i(i+1)} = \frac{v_{c,i}}{v_{c,i+1}} = \frac{r_{i+1}}{r_i}$  для перемещения каждого последующего  $m_{i+1}$ -го тела со скоростью  $v_{c,i+1}$ , равной скорости скольжения  $(i+1)$ -го элемента очага деформации (рис. 2, а).

На каждое  $m_i$ -ое тело системы тел (рис. 2, б) в текущий момент времени  $t$  действует нагрузка  $\sigma_{12,i}^{(0)}$ , обусловленная действием со стороны неподвижной опоры 2 на подвижные тела нормальной силы  $N_{12}^{(0)}$  на расстоянии  $x_M$  в системе координат  $XOY$ .

Кинематическая многомассовая модель (рис. 2, б) будет подобна кинематической двухмассовой модели, и соответствовать кинематике очага деформации (рис. 2, а) в том случае, если на контактных поверхностях каждой массы  $M_{1,1}^{(0)}$  и  $M_{1,2}^{(0)}$ , соответствующей длины  $L_{1,1}^{(0)} = x_M$  и  $L_{1,2}^{(0)} = L - x_M$ , напряжения  $\sigma_{12}^{(0)}(x) \neq \text{const}$  [6,17] образуют равнодействующие:

$$\begin{cases} N_{12,2}^{(0)} = b \int_0^{x_M} \sigma_{12,2}^{(0)}(x) dx; \\ N_{12,1}^{(0)} = b \int_{x_M}^L \sigma_{12,1}^{(0)}(x) dx, \end{cases} \quad (15)$$

которые расположены на расстояниях  $l_{N2}^{(0)}$  и  $l_{N1}^{(0)}$  относительно начала координат  $XOY$  :

$$\begin{cases} l_{N2}^{(0)} = \frac{\int_0^{x_N} \sigma_{12,2}^{(0)}(x) x dx}{N_{12,2}}; \\ l_{N1}^{(0)} = \frac{\int_{x_M}^L \sigma_{12,1}^{(0)}(x) x dx}{N_{12,1}}, \end{cases} \quad (16)$$

таким образом, что

$$\begin{cases} N_{12,1}^{(0)} \Delta l_{N1}^{(0)} = N_{12,2}^{(0)} \Delta l_{N2}^{(0)}; \\ N_{12,1}^{(0)} + N_{12,2}^{(0)} = N_{12}^{(0)}, \end{cases} \quad (17)$$

где  $\sigma_{12,2}^{(0)}(x)$  и  $\sigma_{12,1}^{(0)}(x)$  – соответственно распределение нормальных контактных напряжений как на контактных поверхностях тел  $M_{1,2}^{(0)}$  и  $M_{1,1}^{(0)}$  (рис. 2, в), так и в очаге деформации (рис. 2, а), на участках контактной поверхности от входа заготовки в очаг деформации до точки приложения  $N_{12}^{(0)}$  и от точки приложения  $N_{12}^{(0)}$  до выхода из очага деформации;  $\Delta l_{N2}^{(0)} = x_m - l_{N2}^{(0)}$  и  $\Delta l_{N1}^{(0)} = l_{N1}^{(0)} - x_M$  – соответственно расстояния в системе координат  $X_1O_1Y_1$  от точки приложения  $N_{12}^{(0)}$  до точек приложения сил  $N_{12,2}^{(0)}$  и  $N_{12,1}^{(0)}$  к телам  $M_{1,2}^{(0)}$  и  $M_{1,1}^{(0)}$  (рис. 2, в).

В этом случае, скорости ( $v_{1,1}^{(0)}$  и  $v_{1,2}^{(0)}$ ) перемещения масс  $M_{1,1}^{(0)}$  и  $M_{1,2}^{(0)}$  в системе координат  $XOY$  определяются согласно (1) для текущих значений  $x = l_{N1}^{(0)}$  и  $x = l_{N2}^{(0)}$ :

$$\begin{cases} v_{1,1}^{(0)} = \frac{v_1 h_1}{h_0 - l_{N1}^{(0)} \operatorname{tg} \alpha}; \\ v_{1,2}^{(0)} = \frac{v_1 h_1}{h_0 - l_{N2}^{(0)} \operatorname{tg} \alpha}. \end{cases} \quad (18)$$

Относительное перемещение  $M_{1,1}^{(0)}$  и  $M_{1,2}^{(0)}$  обеспечивает  $PP$  (выноска II на рис. 2, в аналогичная  $PP$  на выноске I рис. 2, б) с передаточным отношением

$u_{M_{1,1}M_{1,2}} = \frac{v_{1,1}^{(0)}}{v_{1,2}^{(0)}} = \frac{r_{1,2}}{r_{1,1}}$ . Скорость  $v_1$  на выходе двухмассовой кинематической модели

(рис. 2, ) очага деформации (рис. 2, и рис. 1, ) обеспечивается за счет  $PP$  (выноска III)

при передаточном отношении  $u_1 = \frac{v_1}{v_{1,1}^{(0)}} = \frac{r_{1,1}}{r_1}$ .

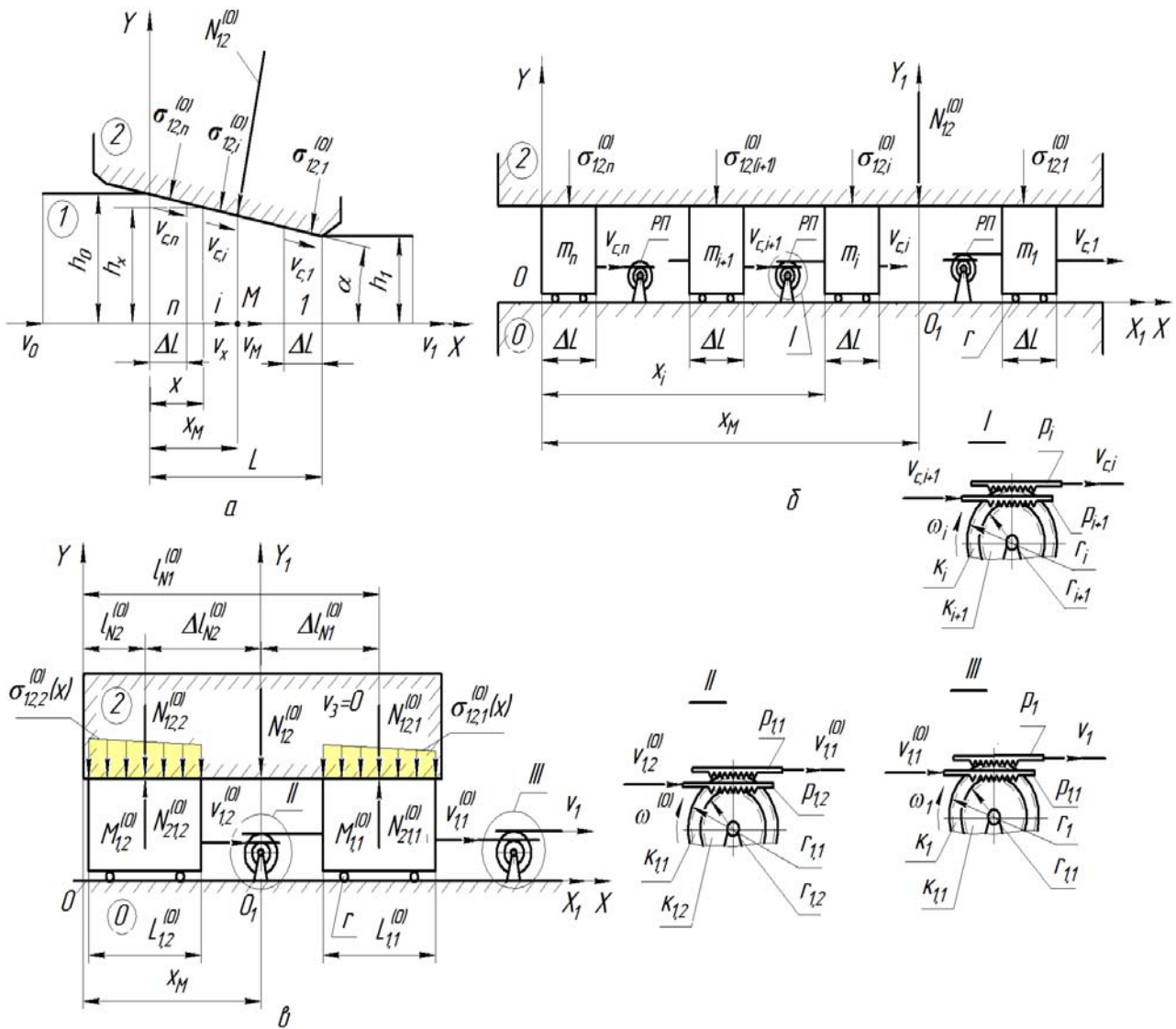


Рис. 2. Кинематика процесса волочения заготовки в монолитной волоке:  
 а – схема процесса волочения; б – многомассовая модель кинематики заготовки в очаге деформации; в – двухмассовая модель кинематики заготовки в очаге деформации

Анализ механической двухмассовой модели кинематики очага деформации при волочении в монолитной волоке «без трения» показывает, что геометрические параметры очага деформации определяют взаимосвязанные между собой кинематические и силовые параметры очага деформации и устанавливает «закон» распределения нормальных контактных напряжений:

$$\begin{cases} \sigma_{12,2}^{(0)}(x) = \sigma_{12}^{(0)}(x=0) - \frac{\sigma_{12}^{(0)}(x=0) - \sigma_{12}^{(0)}(x=0)}{L}x; \\ \sigma_{12}^{(0)}(x=x_M) = \sigma_{12}^{(0)}(x=0) - \frac{\sigma_{12}^{(0)}(x=0) - \sigma_{12}^{(0)}(x=0)}{L}x_M; \\ \sigma_{12,1}^{(0)}(x) = \sigma_{12}^{(0)}(x=x_M) - \frac{\sigma_{12}^{(0)}(x=x_M) - \sigma_{12}^{(0)}(x=0)}{L-x_M}(x-x_M). \end{cases}$$

На рис. 3 представлены графики сравнения расчета силовых параметров  $(\frac{\sigma_{12}^{(0)}}{2\tau_{s,ср}} \text{ и } \frac{\sigma_{ср}}{\sigma_{вол}})$  процесса волочения полосы по разработанной методике и уравнениям<sup>4</sup> [19]:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{вол}}{2\tau_{s,ср}} = \left( \ln \mu + \frac{\alpha}{2} \right) \left( 1 + \frac{f}{\alpha} \right); \\ \frac{\sigma_{ср}}{\sigma_{вол}} = \frac{1}{(\mu - 1) \left( 1 + \frac{f}{\alpha} \right)}, \end{cases} \quad (20)$$

где  $\mu = \frac{H_0}{H_1}$  – коэффициент вытяжки.

Анализ уравнений (7)–(9), (20) и графиков (рис. 3) показывает, что при равных значениях напряжений волочения  $\sigma_{вол}^{(0)} = \sigma_{вол}$ , рассчитанные значения  $\sigma_{12}^{(0)}(x)$  по сравнению с  $\sigma_{ср}$  наиболее полно отражают закон распределения контактных напряжений при волочении заготовки согласно экспериментальным данным работ [2–4] и могут быть использованы.

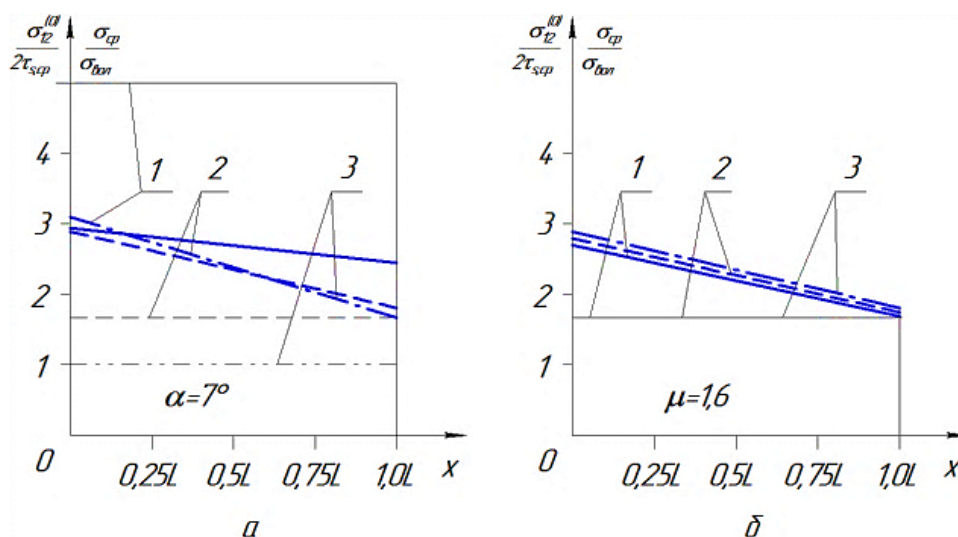


Рис. 3. Распределение нормальных контактных напряжений  $\frac{\sigma_{12}^{(0)}}{2\tau_{s,ср}} = \varphi(x)$  (линии

нормальной толщины) и  $\frac{\sigma_{ср}}{\sigma_{вол}} = \varphi_1(x)$  (тонкие линии) по длине очага деформации:

а – при  $\alpha = 7^\circ$  и  $\mu = 1,2 - 1$ ,  $\mu = 1,6 - 2$ ,  $\mu = 2 - 3$ ; б – при  $\mu = 1,6$  и  $\alpha = 3^\circ - 1$ ,  $\alpha = 5^\circ - 2$ ,  $\alpha = 7^\circ - 3$  уточнения расчета расхода мощности на трение в очаге деформации при волочении полосы в монолитной волоке

<sup>4</sup> В формулах (20) обозначения величин: напряжение волочения; среднее нормальное контактное напряжение; коэффициент вытяжки и коэффициент трения приняты в соответствии с обозначением этих же величин в материалах статьи.

## ВЫВОДЫ

С использованием основных положений прикладной механики твердых и пластически деформируемых тел, разработан метод механического моделирования кинематики очага деформации при волочении полосы в монолитной волоке, который в зависимости от величины обжатия заготовки и конструктивного исполнения волоки позволяет определить величину и характер распределения нормальных контактных напряжений в очаге деформации для расчета мощности удельных сил трения в очаге деформации и определения суммарного расхода мощности на внешнее трение при волочении в монолитной волоке.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Битков В. В. *Технология и машины для производства проволоки* / В. В. Битков – Екатеринбург : УрО РАН, 2004. – 344 с.
2. Перлин И. Л. *Теория волочения* / И. Л. Перлин, М. З. Ерманок – М. : Металлургия, 1971. – 448 с.
3. Грудев А. П. *Трение и смазка при обработке металлов давлением. Справ. Изд.* / А. П. Грудев, Ю. В. Зильберг, В. Т. Тилик – М. : Металлургия, 1982. – 312 с.
4. *Контактное трение в процессах обработки металлов давлением* / А. Н. Леванов, В. Л. Колмогоров, С. П. Буркин [и др.] – М. : Металлургия, 1976. – 416 с.
5. Алиев И. С. *Методы и устройства для исследования контактного пластического трения при объемном пластическом деформировании* / И. С. Алиев, К. Крюгер // *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением.* – 2008. – № 1. – С. 3–11.
6. Добров И. В. *К вопросу пластического трения в очаге деформации с неподвижными контактными поверхностями инструмента* / И. В. Добров // *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением.* – 2013. – № 12 – С. 3–8.
7. *Теоретическая механика. Терминология. Буквенные обозначения величин: сборник рекомендованных терминов.* – М. : Наука, 1984. – Вып. 102. – 45 с.
8. Колчин Н. И. *Теория механизмов и машин* / Н. И. Колчин, М. С. Мовнин – Ленинград : «Судпромгиз», 1962. – 616 с.
9. Добров И. В. *Физические основы процессов внешнего трения при решении задач прикладной механики* / И. В. Добров // *Трение и смазка в машинах и механизмах.* – 2007. – № 7. – С. 3–10.
10. *Теория механизмов и машин. Терминология. Буквенные обозначения величин: сборник рекомендованных терминов.* – М. : Наука, 1984. – Вып. 99. – 40 с.
11. Целиков А. И. *Теория прокатки* / А. И. Целиков, А. И. Гришков – М. : Металлургия, 1970. – 358 с.
12. Andrzej Matuszak / *Factors influencing friction in steel sheet forming* // *Journal of Materials Processing Technology.* – 2000. – Vol. 106. – P. 250–253.
13. Добров И. В. *Моделирование процессов трения при деформации заготовки в монолитной волоке* / И. В. Добров // *Изв. вузов. Черная металлургия.* – 2001. – № 3. – С. 26–29.
14. Абашков В. П. *Классификация методов моделирования процессов обработки металлов давлением* / В. П. Абашков, К. Н. Соломонов // *Изв. вузов. Черная металлургия.* – 2008. – № 9. – С. 25–28.
15. *Методика аналогового моделирования кинематики процесса осадки* / И. В. Добров, А. В. Семичев, Б. О. Новиков, Е. В. Гетьман // *Обработка материалов давлением.* 2014. – № 2 (39). – С. 35–39.
16. Добров И. В. *Разработка механических моделей деформации симметричной заготовки при осадке плоскими бойками (Сообщение 1)* / И. В. Добров // *Кузнечно-штамповочное производство.* – 2010. – № 2 – С. 34–42.
17. Добров И. В. *Расчетно-энергетический метод определения силовых параметров волочения круглого профиля в монолитной волоке* / И. В. Добров, А. В. Семичев, И. И. Гетьман // *Изв. Вузов. Черная металлургия.* – 2010. – № 7. – С. 32–38.
18. Радионов А. А. *Энергетический подход к исследованию влияния противонапряжения на процесс волочения* / А. А. Радионов, Л. В. Радионова // *Известия вузов. Черная металлургия.* – 2008. – № 5. – С. 19–22.
19. Степаненко В. Н. *Механика процесса волочения полосы* / В. Н. Степаненко, А. Г. Стукач, Л. М. Железняк // *Изв. Вузов. Черная металлургия.* – 1972. – № 8. – С. 93–97.